ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10
HỆ THPT CHUYÊN NĂM 2011

MÔN THI: TOÁN (Vòng 2)

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu I. 1) Giải phương trình:

$$\left(\sqrt{x+3}-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{1-x}+1\right)=1.$$

2) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2+y^2 = 2x^2y^2 \\ (x+y)(1+xy)=4x^2y^2. \end{cases}$$

Câu II. 1) Với mỗi số thực a ta gọi phần nguyên của a là số nguyên lớn nhất không vượt quá a và ký hiệu là $[a]$. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n, biểu thức $n+\left[\sqrt[3]{n-\frac{1}{27}}+\frac{1}{3}\right]^2$ không biểu diễn được dưới dạng lập phương của một số nguyên dương.

2) Với x,y,z là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức $xy+yz+zx=5$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\frac{3x+3y+2z}{\sqrt{6(x^2+5)}+\sqrt{6(y^2+5)}+\sqrt{z^2+5}}.$$

Câu III. Cho hình thang $ABCD$ với BC song song AD. Các góc $\widehat{BAD}$ và $\widehat{CDA}$ là các góc nhọn. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I. P là điểm bất kỳ trên đoạn thẳng BC (P không trùng với B,C). Giả sử đường tròn ngoại tiếp tam giác BIP cắt đoạn thẳng PA tại M khác P và đường tròn ngoại tiếp tam giác CIP cắt đoạn thẳng PD tại N khác P.

1) Chứng minh rằng năm điểm A,M,I,N,D cùng nằm trên một đường tròn. Gọi đường tròn này là (K).

2) Giả sử các đường thẳng BM và CN cắt nhau tại Q, chứng minh rằng Q cũng nằm trên đường tròn (K).

3) Trong trường hợp P,I,Q thẳng hàng, chứng minh rằng $\frac{PB}{PC}=\frac{BD}{CA}$.

Câu IV. Giả sử A là một tập con của tập các số tự nhiên $\mathbb{N}$. Tập A có phần tử nhỏ nhất là 1, phần tử lớn nhất là 100 và mỗi x thuộc A $(x\neq 1)$, luôn tồn tại a,b cũng thuộc A sao cho $x=a+b$ (a có thể bằng b). Hãy tìm một tập A có số phần tử nhỏ nhất.

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Nguồn: Hocmai.vn